CONTINUITE ET LIMITES

Résultats à retenir :

- Toute fonction polynôme est continue en tout réel .
- Toute fonction rationnelle est continue en tout réel de son ensemble de définition .
- Les fonctions $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$ sont continues en tout réel .
- Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I , sauf peut-être en un réel a de I .
  S'il existe une fonction g définie sur I , continue en a et telle que $g(x) = f(x)$ pour tout $x \neq a$, alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) = g(a)$.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

- Une fonction f définie sur un intervalle ouvert I est continue en un réel a de I , si et seulement si , $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.
- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ est infinie , alors C_f admet une branche parabolique de direction $\left(O, \vec{j}\right)$ au voisinage de $+\infty$.
- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, alors C_f admet une branche parabolique de direction $\left(O, \vec{i}\right)$ au voisinage de $+\infty$.
- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ ($a \in \mathbb{R}^*$) alors deux cas peuvent se présenter selon $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - ax)$.
- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - ax) = b$($b \in \mathbb{R}$)alors la droite d'équation $y = ax + b$ est une asymptote oblique à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$.
- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - ax)$ est infinie alors la droite d'équation $y = ax$ est une direction asymptotique à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$.